
Electronics for Particle Measurement

Hirokazu Ikeda

iked@post.kek.jp

School of Mathematical and Physical Science

The Graduate University for Advanced Studies

July 5, 2002

Abstract

The basics of an integrated circuit are described with special emphasis placed on a charge-measurement system. Starting with an outline of a fine CMOS technology, the discussion moves to a practical implementation of circuits.

Contents

6	Signal-to-noise ratio of the charge-measurement system	1
6.1	Shot noise	2
6.2	Thermal noise	2
6.3	Flicker noise	3
6.4	Response of the charge-measurement system to the noise	4
6.5	Equivalent noise charge	11
6.6	Optimization of the peaking time	14
6.7	Capacitance matching	14
A	Observing electronic noise with a SPICE simulation	15

6 Signal-to-noise ratio of the charge-measurement system

信号処理回路は、検出器からの微弱な電気信号を、A-to-D 変換^aに耐え得るほどに増幅された電圧信号に変換するものである。同時に高精度のピークホールドが行えるように、周波数帯域に制限を加え、全体として滑らかな信号波形を作り出すようになっている。

^aウィルキンソン型、逐次近似型、フラッシュ型などの類型がある。

しかし、かかる周波数帯域の制限は、単に、ピークホールドのための便宜のために行っているのではなく、信号対雑音比を改善する目的のための方策なのである。

The signal-processing circuit converts a sharp charge impulse from a radiation detector to a band-limited and smooth waveform so as to ease the action of the peak-hold circuit, and ,at the same time, amplifies the very small signal so as to be compatible with the dynamic range of an A-to-D converter. The A-to-D converters have a variety of Wilkison type, successive approximation type, flash type, and so forth.

The purpose of limiting the frequency bandwidth is not solely for the convenience of the peak-hold circuit, but to improve the signal-to-noise ratio.

検出器の発生する信号は、一般に微弱であるため、付随する回路雑音と競合することが多い。回路雑音には、電源や周囲の環境から混入する「電気雑音」と、電子素子や信号源に特有の物理現象としての「電子雑音」がある。

前者の「電気雑音」は、付加的な対処が可能であるが、後者については、回路設計における対策なくしては、それを低減することはできない。

そこで、信号処理系は、検出器としての性能を損なわない範囲において、低周波、及び高周波の信号成分に対して減衰特性を持つように設計されている。

電子雑音には、その発生原因によって分類すると、ショット雑音、熱雑音、フリッカ雑音などがある。

6.1 Shot noise

ショット雑音とは、ダイオードの逆バイアス電流のような、検出器の漏れ電流に付随して発生する雑音である。漏れ電流を構成するキャリアーが相互に時間的な相関を持たずにドリフトする場合に生ずる雑音であることに特徴がある。

ショット雑音は、漏れ電流を生じている電子素子に並列な電流源であって、雑音パワーが、

The signals generated by a radiation detector are very small so as to easily compete with the circuit noise. The circuit noise can be subdivided into an electric noise and an electronic noise.

The former noise could be reduced/eliminated by an adaptive approach, but the latter noise is very difficult to reduce without applying a low-noise technique on the circuit design from the first.

The signal-processing system is so designed as to attenuate higher/lower frequency components as long as maintaining the performance of radiation detectors.

The electronic noise is further subdivided into three parts according to the generation mechanisms: the shot noise, the thermal noise, and the flicker noise.

The shot noise associates the leakage current of the radiation detector, such as the reverse bias current of semi-conductor detectors.

The shot noise comes from the nature of the carrier flow, which has no correlation with the time-domain behavior.

The noise generator can be located in parallel with the electronic device which delivers a leakage current. The power of the noise generator is presented as

$$i_n^2 = 2qI_L A^2/Hz,$$

で表せる。ただし、ここで q は、素電荷を表し、 I_L は、当該雑音を発生する素子の漏れ電流である。高電界下においてキャリアーによる電離増幅を利用したアバランシェ・フォトダイオードでは、 q として素電荷ではなく、それに増倍率 M を乗じた qM を q に代入する必要がある。同一のキャリアーから発生した M 個のキャリアーは、強い相関をもっているからである。したがって、同一の漏れ電流であっても、普通のフォトダイオードに比べてアバランシェ・フォトダイオードの雑音は大きなものになることに注意する必要がある^a。

^aただし、信号成分も M 倍されるわけだから、信号対雑音比では \sqrt{M} の改善が見込める。

where q is the electronic charge, and I_L is the leakage current. In the case of an avalanche photo-diode, Mq is employed in place of q , because M carriers are generated by a common seed to have a strong correlation, and, hence, the noise from the avalanche photo-diode is in general larger than that of ordinary photo-diodes. Since signals for the avalanche photo-diode are multiplied by M , the signal-to-noise ratio is improved by a factor of $1/\sqrt{M}$.

6.2 Thermal noise

熱雑音は、キャリアーが抵抗体中のフォノンと散乱し合うことによって生ずるものであって、抵抗体 R に直列な電圧源であって、雑音パワーが、

The thermal noise comes from carrier-phonon scattering in a solid state medium.

The noise generator can be located in series to resistor R . The power of the noise generator is presented as

$$v_n^2 = 4kTR V^2/Hz.$$

で表せるものとして、又は、抵抗体 R に並列な電流源であって、雑音パワーが、

$$i_n^2 = \frac{4kT}{R} A^2/Hz.$$

で表せるものとして定義することができる。

6.3 Flicker noise

フリッカ雑音は、別名 $1/f$ ノイズと呼ばれているものであって、電子素子がキャリアートラップを有しているような場合に生ずる雑音である。MOSFET においては、酸化膜と半導体の界面にこのような $1/f$ ノイズに係るキャリアートラップが存在し、これによってゲートに直列な雑音電圧が発生することが知られている。 $1/f$ ノイズは、MOSFET の場合には、ゲートに直列な電源であって、雑音パワーが、

$$v_n^2 = \frac{k_f I_D^{a_f}}{C_{ox} W L f} V^2/Hz,$$

のように表せることが知られている。 k_f を「フリッカ雑音係数」、 a_f を「フリッカ雑音指数」という。本来 $1/f$ ノイズは I_D についての揺らぎとして生ずるものであるが、 g_m を介してゲート電圧の揺らぎを生ずるのである。雑音パワーの表式から、MOSFET のゲート面積を大きく採るところによって、 $1/f$ 雑音は、低減できることが分かる。しかし、後述のキャパシタンス・マッチングの議論や、素子面積等のトレードオフの対象となることに注意しなければならない。

JFET や BJT の $1/f$ ノイズは、一般的に MOSFET よりも低レベルであることが知られている^a。キャリアーの移動するチャンネルが半導体内部にあるため、そこでは結晶の完全性が良好であり $1/f$ ノイズに係るキャリアートラップの密度が低いと考えられる。したがって、放射線計測用の前置増幅器における初段のトランジスタは、MOSFET よりも JFET が望ましい。なお、BJT は、ベース電流によるショット雑音のために前置増幅器の入力段における用途は、限定的である。

^aMOSFET でも、nMOS に比べて pMOS のほうが良好な雑音特性を示すことが知られている。pMOS では、伝導チャンネルが「buried-channel 化」する傾向にあるためであると考えられている。

As an equivalent option, the noise generator can be located in parallel with the resistor R . The noise power is presented as

The flicker noise, which is alternatively called the $1/f$ noise, is generated when electronic devices include some carrier traps along the carrier passage. MOSFET's contain carrier traps on the interface between the silicon dioxide and the conduction channel, which generates a noise voltage series to the gate electrode. The noise power of the $1/f$ noise for the MOSFET's is given as

where k_f is the flicker-noise coefficient and a_f is the flicker-noise exponent. The $1/f$ -noise is a drain-current fluctuation to be converted into the gate voltage through the transconductance. The noise power of the $1/f$ -noise can be reduced by taking a larger area for the MOS gate electrode, and, hence, we need to make a compromise with the capacitance-matching condition and the circuit density.

The $1/f$ noise for the JFET and the BJT are in general smaller than that of the MOSFET. The conduction channels for the BJT and the JFET are located deep in a bulk where the density of the defect, which is related to the $1/f$ noise, is considered to be smaller than the surface. As for the MOSFET, the pMOSFET shows less $1/f$ noise than the nMOSFET, because the conduction channel for the pMOSFET is deeper than that of the nMOSFET and is less influenced by surface traps. Therefore, the JFET has been frequently employed as an input FET of a preamplifier for radiation measurements. The BJT shares an advantage with the JFET, but its large base current bounds its application as an input transistor of the preamplifier.

6.4 Response of the charge-measurement system to the noise

電子雑音は、放射線検出器と放射線計測回路の協働作用によって生ずるものであるから、単純に検出器に原因のある電子雑音と電子回路に原因のある電子雑音とに割り切ることは、一般には誤りである。

以下、雑音源の具体例とその振る舞いについて分説する。

検出器中に生じたキャリアをドリフトさせるためには、検出器の電極間に電圧を印加する必要がある。この電圧は、図1に示すように、高抵抗 R_B を介して供給される。 R_B の発生する熱雑音は、信号源に等価な電流源のパワーとして、

$$i_n^2 = \frac{4kT}{R_B} A^2/Hz,$$

のように表すことができるから、雑音を低減する観点からは、 R_B は大きな値であることが好ましい^a。

^a過電流からの検出器の保護という立場からも、高抵抗が当然のこととして用いられている。

It is not generally adequate to clearly separate the noise into two parts: the detector-noise and the circuit-noise, because the electronic noise is manifested as a result of an interaction between the two.

In the following, we discuss typical noise sources and their behavior.

In order to move the carriers generated in the detector medium, it is required to apply a bias voltage on the detector electrodes, which is fed into the electrode via a large resistance R_B , as shown in Fig. 1. The thermal noise generated by resistance R_B is presented in terms of an equivalent current generator, as follows:

which shows that the larger resistance is preferred to achieve a lower noise performance. A large resistance is employed for another requirement, which is to protect a detector from an over current.

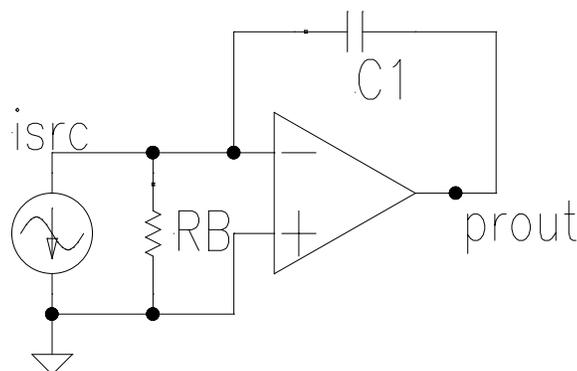


Figure 1: Parallel noise generator.

一方、漏れ電流及び電離キャリア自身による電流のため R_B による電位降下が顕在化する虞もあるため、 R_B は、雑音特性と他の特性とのトレードオフの対象となる。

また、雑音電流を C_1 で積分しただけでは、前置増幅器の出力における雑音パワーは、

On the other hand, the larger R_B might degrade the performance of the radiation detector due to the voltage drop caused by the leakage current and/or the signals' charge flow, and, hence, the value for R_B is subject to compromise with other items of electronic performance. Integrated by capacitance C_1 , the noise power at the output of the preamplifier is written as

$$v_n^2 = \frac{4kT}{R_B C_1^2 \omega^2},$$

となって、低周波で発散することになる。

and, hence, the noise power diverges at the low-frequency end.

そこで、図 2 に示すように、容量 C_1 と並列に抵抗 R_1 を用いて低周波の発散を抑圧する手法が一般的に用いられている。この手法により、前置増幅器の出力での雑音パワーは、

$$v_n^2 = \frac{4kT}{R_B} \frac{R_1^2}{1 + C_1^2 R_1^2 \omega^2},$$

となつて、低周波での雑音パワーは、もはや発散することはなく、 $\frac{4kTR_1^2}{R_B}$ にとどまることになる。 $R_B = 5 M\Omega, R_1 = 20 M\Omega$ とすれば、 $\sqrt{v_n^2}|_{\omega=0} = 1.13 \mu V/\sqrt{Hz}$ である。

In order to refrain from divergence in the low-frequency region, we employ a resistor R_1 in parallel with capacitor C_1 , as shown in Fig. 2. The noise power at the output of the preamplifier is then

which does not show any further divergence in the low-frequency region, and takes a finite value of $v_n^2|_{\omega=0} = \frac{4kTR_1^2}{R_B}$. If we take $R_B = 5 M\Omega$, and $R_1 = 20 M\Omega$, $\sqrt{v_n^2}|_{\omega=0}$ is $1.13 \mu V/\sqrt{Hz}$.

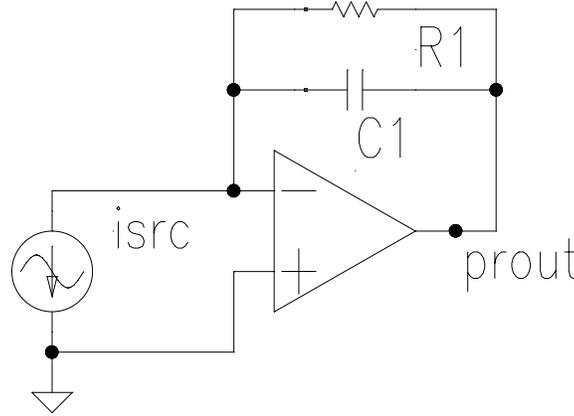


Figure 2: Another parallel noise source.

しかし、 R_1 自身も雑音の発生源である。抵抗 R_1 には、それと、並列に $i_n^2 = \frac{4kT}{R_1}$ の雑音電流源が付随すると考えることができる。したがって、前置増幅器の出力での雑音パワーは、

We should here be aware that R_1 , itself, is a noise source. The noise generator, $i_n^2 = \frac{4kT}{R_1}$, could be located in parallel with R_1 , and, hence, the noise power at the output of the preamplifier is

$$v_n^2 = \frac{4kTR_1}{1 + C_1^2 R_1^2 \omega^2},$$

であるから、これは、 i_{src} に並列に雑音電流源

which is equivalent to the noise output with a noise generator,

$$i_n^2 = \frac{4kT}{R_1},$$

を付加したことに等価である。 $R_1 = 20 M\Omega$ とすれば、低周波では、 $\sqrt{v_n^2}|_{\omega=0} = 0.566 \mu V/\sqrt{Hz}$ である。

located in parallel with the input signal source, i_{src} . Provided $R_1 = 20 M\Omega$, the additional noise power at the output of the preamplifier is $\sqrt{v_n^2}|_{\omega=0} = 0.566 \mu V/\sqrt{Hz}$ in the low-frequency region.

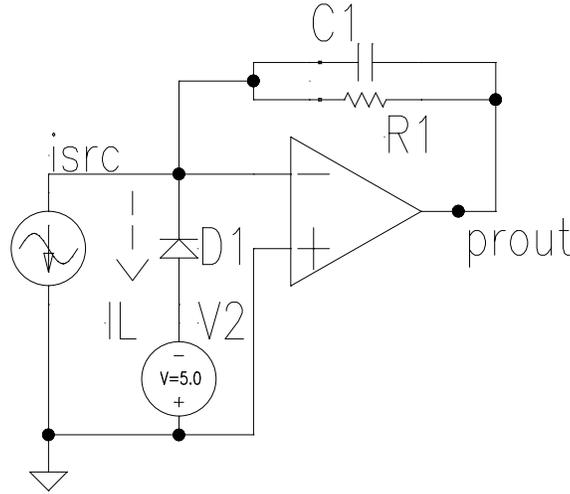


Figure 3: Parallel noise generator.

上記 v_n^2 を周波数領域で積分すると、 $\int_0^\infty v_n^2 df = \frac{kT}{C_1}$ を得る。これは、「 kT/C ノイズ」として知られているものであって、アナログ・スイッチを介して容量を充電する場合等に共通して見出されるものである。

入力部の信号源と並列に逆バイアスのダイオードを配置すると、このダイオードは、漏れ電流 (I_L) によってショット雑音を発生する。雑音源は、ダイオードに並列（したがって、入力部の信号源にも並列）に配置された $i_n^2 = 2qI_L$ の雑音パワーを有する電流源として表すことができる。 $I_L = 25 \text{ nA}$ のとき、前置増幅器の出力における低周波での雑音パワーは、 $\sqrt{v_n^2} = 1.79 \text{ } \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ である。

ここまで議論した雑音源は、周波数依存性を持たず（ホワイトノイズ）、入力信号源に並列な等価雑音源として表すことができるものである。これらの雑音は、それぞれ二乗和として寄与するため、

$$i_n^2 = 2qI_L + \frac{4kT}{R_B} + \frac{4kT}{R_1}.$$

のようになる。 $I_L = 25 \text{ nA}$ 、 $R_B = 5 \text{ M}\Omega$ 、及び $R_1 = 20 \text{ M}\Omega$ を仮定すると、 $\sqrt{i_n^2} = 0.11 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ であって、この例では漏れ電流の寄与が支配的である。

Integrating the above-mentioned v_n^2 over the frequency, we obtain $\int_0^\infty v_n^2 df = \frac{kT}{C_1}$, which is known as the kT/C noise. It is frequently quoted in a discussion concerning such circuits as CCD's and switched-capacitor circuits where capacitors are charged/discharged via resistive devices.

The reverse-biased diode located in parallel with the input current source generates shot noise due to the leakage current, I_L . The corresponding noise generator can be put in parallel with the diode, and, hence, in parallel with the input current source. The noise power can be presented as $i_n^2 = 2qI_L$, which yields $\sqrt{v_n^2} = 1.79 \text{ } \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ for a leakage current of $I_L = 25 \text{ nA}$.

The noise generators so far discussed have no frequency dependence, which are called "the white noise". Each noise generator contributes to the total noise as a part of the quadratic sum, as follows:

Provided $I_L = 25 \text{ nA}$, $R_B = 5 \text{ M}\Omega$ and $R_1 = 20 \text{ M}\Omega$, we obtain $\sqrt{i_n^2} = 0.11 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$. In this example, the noise coming from the leakage current dominates over the thermal noise coming from resistors R_B and R_1 .

前置増幅器の出力における雑音パワーは、低周波では、 $2.2 \mu V/\sqrt{Hz}$ 程度であるが、高周波では、前置増幅器によって帯域制限が加えられるため減衰する。雑音帯域 (-6 dB) は、信号帯域 (-3 dB) と一致しており $\frac{1}{2\pi C_1 R_1} \text{ Hz}$ である。

この帯域は、次に議論するゲートに直列な雑音源に対しては妥当でないので注意を要する。さらに、低周波領域は、本来検出器からの信号にとって不要であるから、これらの領域の雑音成分を抑圧することは、信号対雑音比を改善するために有効である。

The noise power at the output of the preamplifier is then $2.2 \mu V/\sqrt{Hz}$ in the low-frequency region, and is attenuated in the high-frequency region by the low-pass characteristic of the preamplifier. The frequency bandwidth (-6 dB) of the noise power spectrum is $\frac{1}{2\pi C_1 R_1} \text{ Hz}$, which is identical to the signal's frequency band-width (-3 dB).

On the other hand, you should be aware that the frequency band-width for the series noise, which is discussed in the next paragraph, does not equal to the signal's frequency band-width. In order to improve the signal-to-noise ratio, we can eliminate the low-frequency part of the power spectrum by employing a high-pass filter, because the low-frequency component included in the signal is in general useless for a signal's measurement.

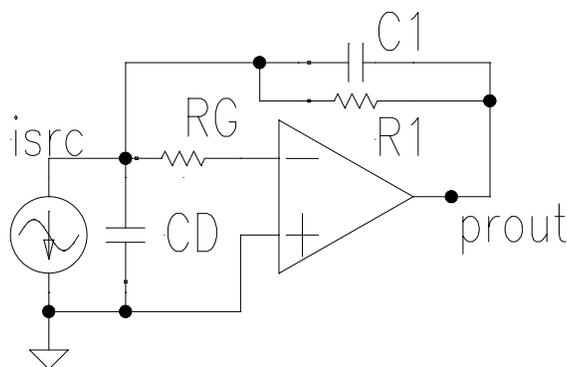


Figure 4: Series noise generator.

前置増幅器に直列に配置された抵抗 (R_G) は、それに直列に接続された電圧源を雑音源として伴う。これらの雑音電圧は、検出器容量 C_D によって、電流に変換されるので、入力信号源に等価な雑音源として、

The R_G located in series to the input of the preamplifier accompanies a voltage noise source in series to the resistor, which is converted into a current noise by a detector capacitance C_D , and, hence, the equivalent noise power generator in terms of the current source is

$$i_n^2 = 4kTR_G C_D^2 \omega^2.$$

のように表せる。

ちなみに、MOSFET では、 $R_G = \frac{2}{3g_m}$ のように表すことができる。

Concerning the MOSFET, we can write $R_G = \frac{2}{3g_m}$.

一方、前置増幅器の出力における雑音パワーは、

On the other hand, the noise power at the output of the preamplifier is

$$v_n^2 = \frac{4kTR_G C_D^2 \omega^2 R_1^2}{1 + C_1^2 R_1^2 \omega^2},$$

となるから、低周波では、雑音パワーはゼロに漸近するものの、高周波では、むしろ平坦な雑音パワーを示すことになる。この効果を、「前置増幅器は、容量性雑音をホワイト化する。」という。

したがって、前置増幅器だけでは、雑音電力の周波数領域での積分を有限の値にとどめることが原理的に不可能であることが分かる。ちなみに、 $C_D = 200 \text{ pF}$ 、 $C_1 = 0.5 \text{ pF}$ 、 $R_G = 333 \text{ } \Omega$ とすると、高周波では、 $\sqrt{v_n^2} = \frac{C_D \sqrt{4kTR_G}}{C_1} \approx 0.92 \text{ } \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ となる。

$1/f$ ノイズは、 R_G の雑音を表すための電圧源と同様の取扱いが可能である。等価な電流源の雑音パワーは、

which tends to zero at the low-frequency limit, however, is flattened with a finite value in the high-frequency region. It is said that the preamplifier works as a noise-whitening filter for the R_G -related thermal noise.

We understand that the noise power integrated over the frequency cannot be kept finite solely by the capability of the preamplifier. Provided $C_D = 200 \text{ pF}$, $C_1 = 0.5 \text{ pF}$, and $R_G = 333 \text{ } \Omega$, the noise power at the high-frequency region is $\sqrt{v_n^2} = \frac{C_D \sqrt{4kTR_G}}{C_1} \approx 0.92 \text{ } \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$.

The $1/f$ -noise is handled in a similar way as the voltage generator coming from a resistor. The equivalent noise power can be written in terms of a current noise generator as

$$i_n^2 = 2\pi K_f C_D^2 \omega,$$

である。ただし、 $\frac{k_f I_D^{\alpha_f}}{C_{ox} WL}$ を K_f と略記した（以下同様）。前置増幅器の出力における雑音パワーは、

where we employ K_f in place of $\frac{k_f I_D^{\alpha_f}}{C_{ox} WL}$. The noise power at the output of the preamplifier is

$$v_n^2 = \frac{2\pi K_f C_D^2 R_1^2 \omega}{1 + C_1^2 R_1^2 \omega^2},$$

であるから、これを周波数領域で積分すると、その値は、対数的な発散ではあるが、 R_G に起因する熱雑音と同様に発散してしまう。

which shows a divergence, as in the case of the thermal noise come from R_G , when we integrate over the frequency region. The rate of the divergence is much slower than the case of the thermal noise, i.e. bound to be a logarithmic divergence.

以上の議論に依れば、信号対雑音比を改善するためには、信号帯域をはずれた低周波領域を抑制するとともに、高周波領域を抑制するような回路が好ましいことが分かる。特に、高周波領域の抑圧は、必須である。

According to the discussion described so far, a low-noise circuit should reduce the gain in the low/high-frequency region, which is out of the signal's frequency range. The suppression of the high-frequency noise component is specifically a mandatory part for a low-noise circuit.

放射線計測回路では、ポール・ゼロキャンセレーション回路により、低周波領域の雑音信号の抑制を行い、積分回路により、高周波領域の信号の抑制を行っている。前置増幅器の減衰時定数 $C_1 R_1$ を無限大とすると、ポールゼロキャンセレーション回路は、微分回路 $\frac{s}{s + s_0}$ に一致するため、これに積分回路 $\frac{1}{s + s_0}$ を付加した当該回路方式を「CR(微分)-RC(積分)整形回路」という。当該積分回路を導入することによって、 R_G 、ないし、 K_f/f に起因する雑音パワーの周波数領域における積分を収束させることができるのである。

In a radiation-measurement system, the noise spectrum in the low-frequency region is attenuated by a pole/zero cancellation circuit, while the noise spectrum in the high frequency region is suppressed by a low-pass filter. If we take the damping time constant $C_1 R_1$ as to tend to infinite, the pole/zero cancellation circuit more or less matches the differentiation circuit, which is described as $\frac{s}{s + s_0}$, and, hence, combined with

the low-pass filter, i.e. an integrator $\frac{1}{s + s_0}$, the entire circuit is called a CR-RC pulse-shaping circuit. The integrator circuit is mandatory for the purpose of obtaining a finite power integration for the noise coming from R_G or K_f/f .

図5に、雑音源と、それらの雑音を抑制するための機能を備えた信号処理系を示す。図5は、すでに議論した「信号処理系の全体」から、ピークホールド回路を除去する一方、雑音源を明示的に付加したものである。

Fig. 5 shows a noise filtering circuit together with noise sources. Fig. 5 is nothing but a circuit discussed in the previous chapter, except that the peak-hold circuit is eliminated and the noise sources are explicitly depicted.

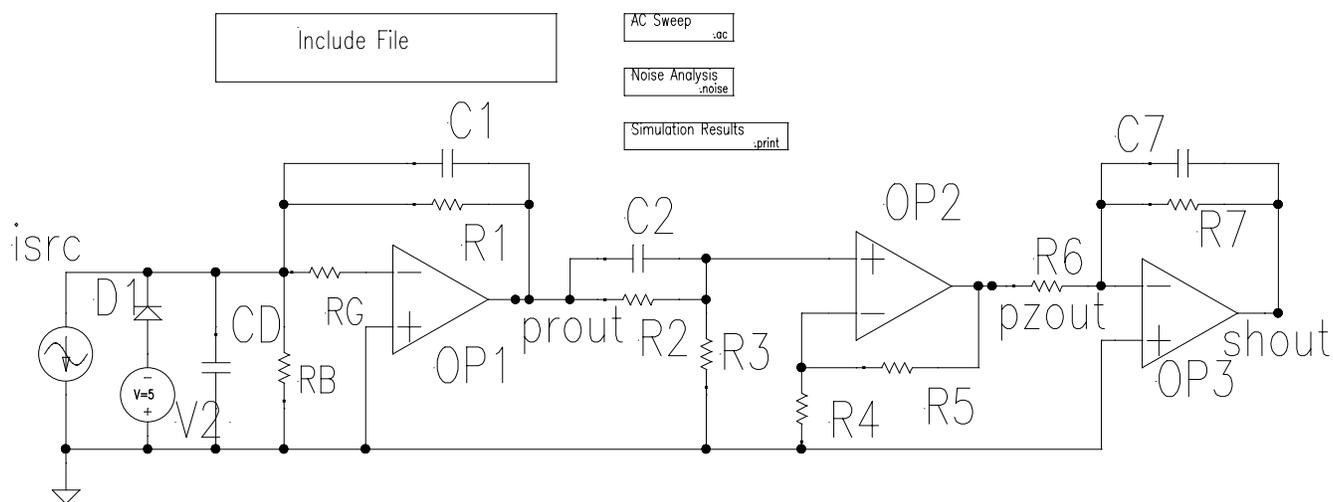


Figure 5: Circuit for noise evaluation.

以下に、図5に対応したSPICE ネットリストを示す。明示されていない雑音源として、ダイオード D_1 の漏れ電流があるが、これは、 25 nA としてある。

The following is a SPICE netlist corresponding to the schematic shown in Fig. 5. The leakage current of the diode D_1 is implicit, which is set as 25 nA in the diode-model file diode.md:

```
* SPICE netlist for Fig.5
.SUBCKT op1 minus out plus
e1 out 0 plus minus 10000
.ENDS
* Main circuit
.INC diode.md
.noise v(iloa) isrc
.ac DEC 5 1K 100Meg
CD N1 0 200p
C1 N1 prout 0.5pF
C2 prout N4 500p
C7 N7 shout 100p
D1 N5 N1 diode
isrc N1 0 0.0 AC 1.0 0.0
XOP1 N3 prout 0 op1
XOP2 N6 pzout N4 op1
XOP3 N7 shout 0 op1
.probe
R1 N1 prout 20Meg
R2 prout N4 20k
R3 0 N4 5k
R4 0 N6 5k
R5 N6 pzout 20k
```

```

R6 pzout N7 1k
R7 N7 shout 20k
iload shout 0 0
RB 0 N1 5Meg
RG N1 N3 333
CG N3 0 1p
v2 0 N5 1
* End of main circuit
.END

```

雑音の解析は、AC 解析の一環としておこなわれるため、その旨の指定 (.ac) が必要である。また、雑音評価の対象となるノード (prout、pzout、shout 等)、及び「雑音等価な電源」の指定が必要である (.noise v(iload) isrc)。iload は、観測点と接地の間に設けられた電流源であって、その電流値はゼロとしてある。測定点を指定するための便宜のためである。また、検出器に並列な電流源 (isrc) を指定している。出力雑音を、入力部の電流源に等価な量として評価するためである。

以下に、SPICE 処理系による計算結果として、入力等価雑音電流、前置増幅器出力部における雑音電圧、ポール・ゼロ補償後の雑音電圧、及び整形増幅器出力の雑音電圧を示す。

図 6 は、入力等価雑音電流である。横軸は、周波数を表す対数軸であって、 1 kHz から 100 MHz をカバーしている。縦軸の単位は、 $A/\sqrt{\text{Hz}}$ である。低周波での値は、 $0.11\text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ を示す一方、 10 kHz 程度から、上昇に転じ、 100 MHz では、 $300\text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ に達する。

図 7 A) は、前置増幅器の出力における雑音電圧である。低周波での値は、 $2.2\text{ }\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ であり、高周波では、 $0.93\text{ }\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ に漸近する。

図 7 B) は、ポール・ゼロキャンセレーションの後の非反転増幅器の出力における雑音電圧である。低周波では、前置増幅器における値を維持しているが、高周波では、 $4.6\text{ }\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ と、かえって高い雑音レベルを示す。ポール・ゼロ補償回路は、微分的な作用を果たすため、高周波が強調されるからである。

The noise analysis is conducted as a part of the AC analysis; it is required to assign the AC analysis control card ".ac". At the same time, the observation node (prout, pzout, shout, and so forth) and the reference noise generator are assigned in such a way as ".noise v(iload) isrc". The zero-current current source *iload* is located between the observation node and the ground, being employed solely for the purpose of designating the observation node. The current source *isrc*, located in parallel with the detector, is to represent the total noise as a single noise generator.

The following describes the SPICE outputs concerning the input equivalent noise in terms of the current source, and the voltage noises at the output of the preamplifier, at the output of the non-inverting amplifier preceded by the pole/zero cancellation, and at the output of the low-pass filter circuit.

Fig. 6 shows an input equivalent noise power spectrum. The horizontal axis shows the frequency on the logarithmic scale, which covers from 1 kHz to 100 MHz . The unit for the vertical axis is $A/\sqrt{\text{Hz}}$. While the input equivalent noise power takes a value of $0.11\text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ at the low-frequency region, it begins to increase from 10 kHz to reach $300\text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ at 100 MHz .

Fig. 7 A) shows the noise power in terms of the voltage at the output of the preamplifier. The noise voltage is $2.2\text{ }\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ in the low-frequency region, and tends to $0.93\text{ }\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ in the high-frequency region.

Fig. 7 B) shows the voltage noise at the output of the non-inverting amplifier. The noise power in the low-frequency region is $2.2\text{ }\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$, which is the same as that at the preamplifier output. In the higher frequency region it levels the noise power at a higher value of $4.6\text{ }\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$, which comes from the sort of differentiating activity of the pole/zero cancellation circuit, strengthening the higher frequency component relative to the lower frequency component.

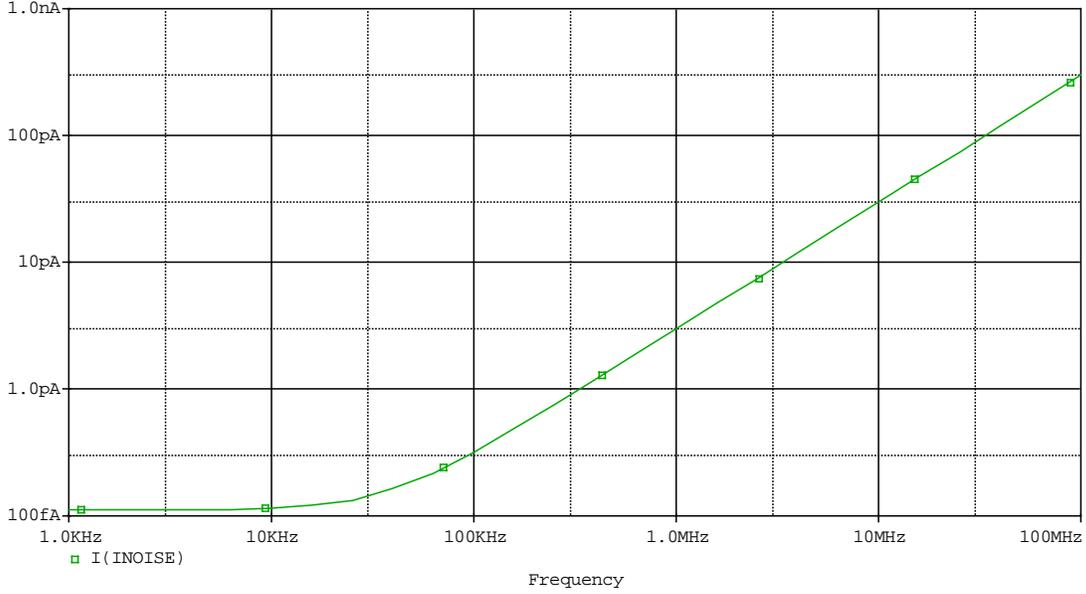


Figure 6: Input equivalent noise power.

図 7 C) は、最終段のローパスフィルターの出力における雑音電圧である。低周波では、 $44.0 \mu V/\sqrt{Hz}$ の値を示し、 $62.4 kHz$ 付近で最大値 $51.4 \mu V/\sqrt{Hz}$ を値を示し、それよりも高周波では、ゼロに漸近していく。雑音のピークの位置は、 C_D とともに増大する。

Fig. 7 C) shows the noise power at the output of the shaping amplifier, which is located at the final stage. It shows a more or less flat shape at the low-frequency region with a noise power of $44.0 \mu V/\sqrt{Hz}$, takes a peak value of $51.4 \mu V/\sqrt{Hz}$ at around $62.4 kHz$, and tends to zero for the higher frequency region. The peak location of the noise power moves to a higher frequency for a larger value of C_D .

6.5 Equivalent noise charge

等価雑音電子数とは、出力雑音に対応する入力電荷量を素電荷の個数で表したものである。整形増幅器までのところでの電圧雑音のパワーは、

The equivalent noise charge is defined as the number of input electrons which yield the same amount of amplitude as the voltage noise at the output of the shaping amplifier.

The noise power at the output of the shaping amplifier is

$$V_n^2 = (i_n^2 + v_n^2 C_D^2 \omega^2) |H(\omega)|^2,$$

である。ただし、これまでの議論を考慮して

where, considering the discussions so far, i_n^2 , v_n^2 , and $H(\omega)$ are defined as follows:

$$\begin{aligned} i_n^2 &= 2qI_L + 4kT \left(\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_1} \right), \\ v_n^2 &= 4kTR_G + \frac{K_f}{f}, \\ H(\omega) &= \frac{e/T_M}{(i\omega + 1/T_M)^2}. \end{aligned}$$

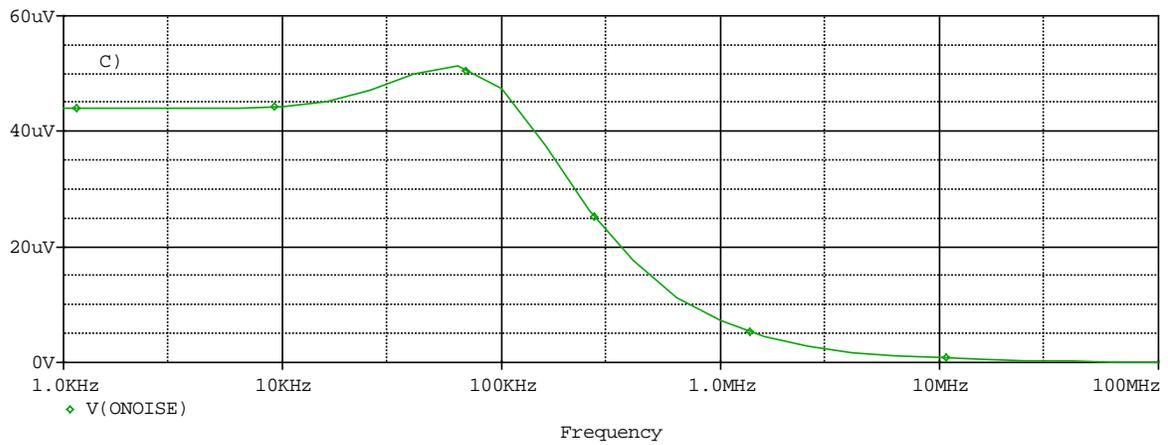
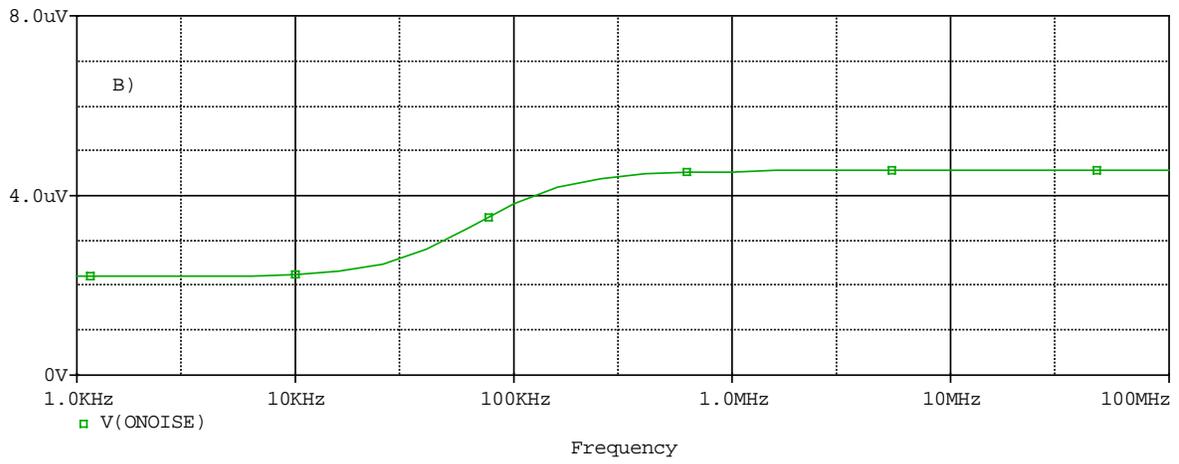
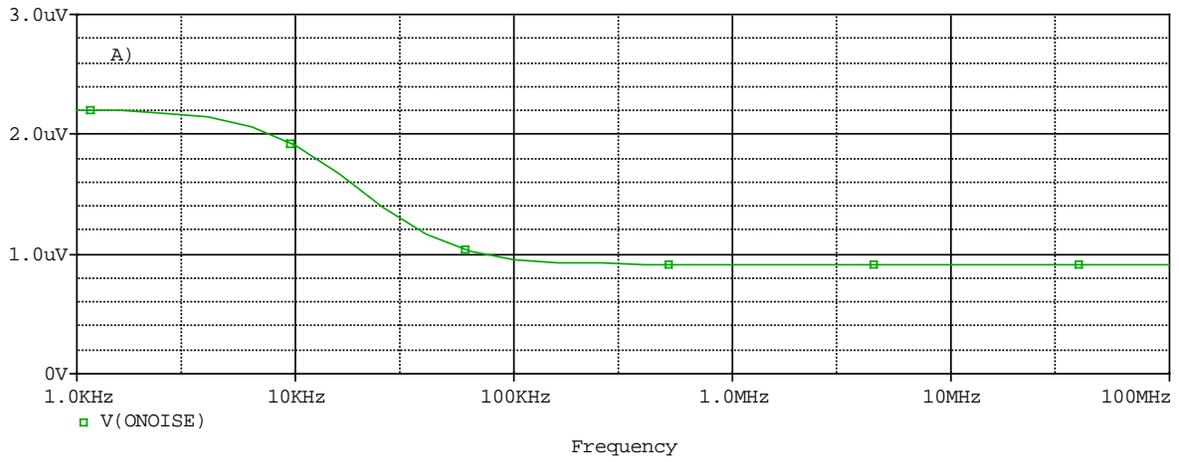


Figure 7: Output noise power.

とした。 $H(\omega)$ は、 $\int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)e^{i\omega T_M} df = 1$ となるように正規化^aしてある。つまり、便宜的に電荷 q クーロンを入力すると q ボルトのピークを有する信号が得られるようにしてある。そこで、出力雑音は、それを素電荷で正規化すれば直接雑音電子数 (enc) に読み替えることができる。具体的には、

^a実時間におけるインパルス応答は、 $h(t) = (t/T_M)\exp(1-t/T_M)$ であるから、正規化の条件は、 $h(T_M) = 1$ に等価である。なお、 $H(\omega)$ は、上記の例には、限られない。正規化の条件に加えて、パワー積分が収束するようなものであれば候補となり得る。

$H(\omega)$ is so normalized as $\int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)e^{i\omega T_M} df = 1$, which means that the output amplitude at the shaping amplifier should be q volt when q coulomb of charge is injected to the preamplifier. In this normalization, the output voltage amplitude can be directly interpreted as the number of electrons, except for the coefficient corresponding to the electronic charge.

In practice we can obtain the equivalent noise charge as follows:

$$enc = \frac{1}{q} \sqrt{\int_0^{\infty} v_n^2 df}.$$

を評価すれば良い。被積分関数の ω 依存性によって三つの成分に分けて考察しようと思う。第一の成分は、ショット雑音類似の成分である。被積分関数が ω の偶関数であることを利用して積分範囲を $(-\infty, \infty)$ とすることにより積分の実行が容易になる。すなわち、

For the purpose of convenience, the discussions are separated into three parts, depending on the ω dependence of the integrand.

The first part is a shot-noise-like component. The integrand is an even function in terms of ω ; the region for integration can be extended as $(-\infty, \infty)$, which makes the integration straight forward, which yields

$$\begin{aligned} V_{n1}^2 &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} i_n^2 |H(\omega)|^2 df \\ &= \frac{e^2}{8} \left\{ 2qI_L + 4kT \left(\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_1} \right) \right\} T_M. \end{aligned}$$

のように評価することができる。雑音パワーが、ピーキングタイム T_M に比例しているという特徴がある。

You should be aware that the integral for the shot-noise like component is proportional to the peaking time, T_M .

第二の成分は、 R_G に係る雑音の成分であって、

The second component is related with R_G , which yields:

$$\begin{aligned} v_{n2}^2 &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} 4kTR_G C_D^2 \omega^2 |H(\omega)|^2 df \\ &= \frac{e^2}{8} \frac{4kTR_G C_D^2}{T_M}. \end{aligned}$$

ようになる。雑音パワーが、ピーキングタイム T_M に反比例しているという特徴がある。

You should also be aware that the integral is inversely proportional to the peaking time, T_M .

第三の成分は、 $1/f$ のノイズに係る成分であって、

The third component is related to the $1/f$ noise. The integration region cannot be extended to negative infinity, because the integrand is an odd function. The integration executed in $(0, \infty)$ yields

$$\begin{aligned} v_{n3}^2 &= \int_0^{\infty} 2\pi K_f C_D^2 \omega |H(\omega)|^2 df \\ &= \frac{e^2}{2} K_f C_D^2. \end{aligned}$$

のようになる。ここでは、被積分関数は、奇数関数であるから、本来の定義にしたがって積分範囲を $(0, \infty)$ としたまま計算を実行した。1/f 雑音に係る等価雑音電子数は、ピーキングタイム T_M に依存しないという特徴がある。

You should be aware that the integral does not depend on the peaking time, T_M .

6.6 Optimization of the peaking time

雑音成分には、 T_M に比例する成分と、反比例する成分と、さらに、それに依存しない成分とがあることが分かった。したがって、第一の成分と第二の成分との関係においては、最適な T_M が存在して

We have learned that the noise amplitude consists of three parts; one part is proportional to T_M , one inversely proportional to T_M , and one independent of T_M ; hence, there should exist an optimum T_M , which is described as

$$T_M = \sqrt{\frac{4kTR_G C_D^2}{2qI_L + 4kT/R_B + 4kT/R_1}}.$$

となる。このとき、雑音電荷の最小値は、

At the same time, we obtain the minimum for the noise charge, which is described as

$$\frac{e^2}{4} C_D \sqrt{4kTR_G(2qI_L + 4kT/R_B + 4kT/R_1)} + \frac{e^2}{2} K_f C_D^2.$$

である。第一項が C_D に比例するのに対して、第二項は、 C_D^2 に比例しているため、信号源容量の大きな検出器では、1/f 雑音が支配的な雑音源となることも有り得ることが分かる。

The first term is proportional to C_D , while the second term is proportional to C_D^2 ; hence, the 1/f-noise has a chance to dominate over the first term for a large-capacitance detector.

6.7 Capacitance matching

上記雑音電荷の最小値は、第一項についてみれば $\sqrt{R_G}$ に比例しているから、 R_G を低減することによりその寄与を限りなく低減することができるようにも考えられる。 R_G を小さくするためには、ドレイン電流を増加させる方法と、トランジスタのサイズ W/L 比を大きくすることが考えられる。

The above-described optimized noise charge is proportional to $\sqrt{R_G}$, and, hence, could be further lowered if R_G were made smaller. In order to obtain a smaller value for R_G , we may employ a larger drain current or assign a larger value for W/L .

半導体プロセスの制約から L については自由度が制約されるのが普通であるから L を一定として、 W を大きくするとともに、ドレイン電流もこれに比例して大きくすると、 $g_m = \frac{2}{3R_G}$ は、 $\sqrt{2I_D k_p W/L} \propto W$ に比例するして増大させることができる。一方、トランジスタのゲートに付随する容量 (C_G) は、ゲート面積 WL に比例するので、結局 $g_m \propto C_G$ である。さらに、ゲート容量 C_G は、実効的には C_D に繰り込まれることになるから、 C_D を $C_D + C_G$ と読み替えを行う。すると、前記第二の雑音成分 v_{n2}^2 は、

Bounded by a design rule, we have usually no choice to take a smaller value for L , and, hence, we enlarge W as well as employ a larger drain current in proportion to the gate width. We can then increase $g_m = \frac{2}{3R_G}$ in proportion to $\sqrt{2I_D k_p W/L} \propto W$. On the other hand, the capacitance C_G associated with the gate electrode is proportional to the gate area, WL , and, hence, $g_m \propto C_G$. The gate capacitance, C_G , is effectively incorporated into the detector capacitance, C_D . Then, putting $C_G + C_D$ in place of C_D , we obtain for the above-described v_{n2}^2 as

$$\begin{aligned} v_{n2}^2 &= \frac{8kT}{3g_m} (C_D + C_G)^2 \\ &\propto \frac{(C_D + C_G)^2}{C_G}, \end{aligned}$$

であって、 $C_G = C_D$ のときに (この条件を「キャパシタンス・マッチング」という。) 最小値をとる。したがって、むやみに g_m を大きく採ってもかえって信号対雑音比を悪化させることがあることが分かる。

1/f ノイズの成分についても、 $K_f \propto \frac{1}{C_G}$ であるから、同様の議論が成立し、 $C_D = C_G$ の条件によって、信号対雑音比が最適化されることが分かる。

A Observing electronic noise with a SPICE simulation

添付したファイルには、本文中に掲載した SPICE ネットリストが含まれています。 C_D や、ダイオードの I_S によって入力等価雑音や、出力雑音がどのように変動し、振る舞うかを体験してみてください。 C_D については、T006.sim.cir の当該記述を編集して下さい。 I_S については、diode.md の当該記述を変更して下さい。なお、観測すべき出力雑音の位置は、iload XXX 0 0 とあるところの XXX を、prout、pzout、shout 等とすることにより移動することができます。

以上

which takes a minimum value when the condition $C_G = C_D$ is met; the condition is called "capacitance matching". You should understand that a large g_m does not necessarily improve the signal-to-noise ratio, and even sometimes results in an unexpectedly deteriorated performance.

Since we know $K_f \propto \frac{1}{C_G}$, we can go through a similar discussion to reach the conclusion that capacitance matching also works for the 1/f noise.

The attached file includes a SPICE netlist which is shown in the text. Try to examine the input/output noise behavior as a function of C_D and/or the leakage current, I_S , of the diode. C_D can be directly modified by editing the SPICE netlist. I_S can be modified by editing another file, diode.md. The location for observing the output noise can be moved from one place to another by modifying XXX in the line "iload XXX 0 0" as prout, pzout or shout.